Echappement à ancre suisse à repos équidistants

Dégagement d'entrée - Perturbation d'amplitude

Calibre 11 1/2''' - seconde au centre - automatique - balancier à vis

Référence :E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - D_entrée - transmission.mcd(R)

$T_0 = 0.4\ s$ $\quad f = 2.5\ s^{-1}$ $\quad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\quad J_b = 20\,mg\cdot cm^2$ $\quad \theta_0 = 270\,deg$ $\quad \psi := 0$ $\quad ms := 10^{-3}\cdot s$

Couple à la roue d'échappement

$C_B = 10.019\,N\cdot mm$ $\quad \rho_0 = 4.38\times 10^3$ $\quad C_r := \dfrac{C_B}{\rho_0}$ $\quad C_r = 2.287\times 10^{-3}\,N\cdot mm$ $\quad \varepsilon_c := 0.65$

Perturbation d'amplitude provoquée par le dégagement d'entrée

Perturbation d'amplitude due aux percussions lors du dégagement d'entrée

$n_c := 5$ $\quad j := 0..\,n_c - 1$ $\quad t_{cd} := (0.29452\ \ 0.29536\ \ 0.29587\ \ 0.29619\ \ 0.29639)\cdot s$ $\quad t_{cd} := t_{cd}^T$

$\tau_{cd_j} := \left(t_{cd_j} - t_{cd_0}\right)$ $\quad \tau_{cd}^T = (0\ \ 0.84\ \ 1.35\ \ 1.67\ \ 1.87)\,ms$

$\theta_{cd} := (-24\ \ -20.465\ \ -18.329\ \ -17.008\ \ -16.14)\cdot deg$ $\quad \theta_{cd} := \theta_{cd}^T$

$\omega b_{cd} := (73.41\ \ 73.424\ \ 73.422\ \ 73.418\ \ 73.414)\cdot s^{-1}$ $\quad \omega b_{cd} := \omega b_{cd}^T$

$\omega b'_{cd} := (73.349\ \ 73.383\ \ 73.396\ \ 73.401\ \ 73.402)\cdot s^{-1}$ $\quad \omega b'_{cd} := \omega b'^T_{cd}$

$\Delta E_{cd_j} := \dfrac{1}{2}\cdot J_b\cdot\left[\left(\omega b'_{cd_j}\right)^2 - \left(\omega b_{cd_j}\right)^2\right]$ $\quad \Delta E_{cd}^T = (-8.952\ \ -6.019\ \ -3.817\ \ -2.496\ \ -1.762)\,10^{-9}\cdot joule$

$$\Delta\theta_{cd}(n_c) := \sum_{j=0}^{n_c-1} \frac{\Delta E_{cd_j}}{J_b\cdot\omega_0^2\cdot\theta_0} \qquad \Delta\theta_{cd}(n_c) := \sum_{j=0}^{n_c-1} \frac{\left(\omega b'_{cd_j}\right)^2 - \left(\omega b_{cd_j}\right)^2}{2\cdot\omega_0^2\cdot\theta_0}$$

$\Delta\theta_{cd}(3) = -0.463\,deg$ $\quad \Delta\theta_{cd}(n_c) = -0.568\,deg$

Perturbation d'amplitude due au glissement à la fin du dégagement d'entrée

Rapports de transmission

$\psi(\theta) := arctan\left(\dfrac{\rho_3\cdot sin(\theta)}{b - \rho_3\cdot cos(\theta)}\right) - \beta_0$ $\quad \Lambda_{de}(\theta) := \kappa'_{de}(\psi(\theta))\cdot K'_{de}(\psi(\theta))$ $\quad C_d(\theta) := \Lambda_{de}(\theta)\cdot C_r$

Début et fin du glissement

$\theta_{gde} := max(\theta_{cd})$ $\quad \theta_{gde} = -16.14\,deg$ $\quad \theta_{fde} := \theta_{de}(\varepsilon)$ $\quad \theta_{fde} = -13.498\,deg$

$t_{gde} := max(t_{cd})$ $\quad t_{gde} = 0.29639\ s$ $\quad t_{fde} := 0.29702\cdot s$

$\varphi_{gde} := \omega_0\cdot t_{gde}$ $\quad \varphi_{gde} = 266.751\,deg$ $\quad \varphi_{fde} := \omega_0\cdot t_{fde}$ $\quad \varphi_{fde} = 267.318\,deg$

$$\Delta\theta_{gd} := \frac{-C_r}{J_b\cdot\omega_0^2}\cdot\int_{\varphi_{gde}}^{\varphi_{fde}} \Lambda_{de}\left(\theta_0\cdot cos(\varphi)\right)\cdot sin(\varphi)\,d\varphi \qquad \Delta\theta_{gd} = -0.157\,deg$$

Perturbation d'amplitude totale $\quad \Delta\theta_{t\_de} := \Delta\theta_{cd}(n_c) + \Delta\theta_{gd}$ $\quad \boxed{\Delta\theta_{t\_de} = -0.725\,deg}$

Calculs approximatifs de la perturbation d'amplitude

Rapports moyens de transmission

$K_{ra} := 0.5\cdot\left(K_{de}(0) + K_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad K_{ra} = -0.141$ $\quad K'_{ra} := 0.5\cdot\left(K'_{de}(0) + K'_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad K'_{ra} = -0.229$

$\kappa_{ab} := 0.5\cdot\left(\kappa_{de}(0) + \kappa_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad \kappa_{ab} = 0.236$ $\quad \kappa'_{ab} := 0.5\cdot\left(\kappa'_{de}(0) + \kappa'_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad \kappa'_{ab} = 0.232$

Calcul approximatif de la perturbation d'amplitude due aux chocs

Nombre de chocs considéré $\quad nc := 50$

Début et fin du dégagement $\quad \theta_1 := -0.5\cdot\lambda_b \quad \theta_1 = -24\,deg \quad \theta_2 := \theta_{fde} \quad \theta_2 = -13.498\,deg$

Vitesse approximative du balancier

$$\theta_m := \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \qquad \varphi(\theta_0) := \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_m}{\theta_0}\right) \qquad \omega_b(\theta_0) := -\omega_0\cdot\theta_0\cdot\sin(\varphi(\theta_0)) \qquad \omega_b(\theta_0) = 73.843\ s^{-1}$$

$$J_A := J_{rouage}\cdot K_{ra}^{\,2} + J_a \qquad G_{de} := \frac{J_A}{J_b}\cdot\kappa'_{ab} \qquad G_{de} = 2.46\times10^{-3} \qquad C_d := K'_{ra}\cdot C_r \qquad C_d = -5.24\times10^{-4}\,N\cdot mm$$

$$\Delta t_{cd}(\theta_0, C_r, j) := \left[\frac{-2\cdot J_A}{K'_{ra}\cdot C_r}\cdot\kappa_{ab}\cdot\omega_b(\theta_0)\cdot\frac{\varepsilon_c\cdot\left(1-\varepsilon_c^{\,j}\right)}{1-\varepsilon_c}\right] \qquad \theta_{cd}(\theta_0, C_r, j) := \theta_1 + \omega_b(\theta_0)\cdot\Delta t_{cd}(\theta_0, C_r, j)$$

$$\tau_{cd_j} := \Delta t_{cd}(\theta_0, C_r, j) \qquad \tau_{cd}^{\,T} = (0\ \ 0.917\ \ 1.512\ \ 1.9\ \ 2.151)\,ms$$

$$\Theta cd_j := \theta_{cd}(\theta_0, C_r, j) \qquad \Theta cd^{\,T} = (-24\ \ -20.12\ \ -17.6\ \ -15.96\ \ -14.9)\,deg$$

Elongation approx. de fin des percussions $\quad \theta_{cd}(\theta_0, C_r, nc) = -12.919\,deg \quad \left(\theta_{cd}(\theta_0, C_r, nc) \le \theta_2\right) = 0$

$$\Delta E_{c0}(\theta_0) := -J_A\cdot\kappa'_{ab}\cdot\kappa_{ab}\cdot\omega_b(\theta_0)^2\cdot(1+\varepsilon_c) \qquad \Delta E_{cd}(\theta_0, j) := \left(\varepsilon_c^{\,j}\right)\cdot\Delta E_{c0}(\theta_0) \qquad \Delta Ec_j := \Delta E_{cd}(\theta_0, j)$$

$$\Delta Ec^{\,T} = (-10.453\ \ -6.795\ \ -4.417\ \ -2.871\ \ -1.866)\,10^{-9}\cdot joule$$

$$\Delta\theta_{acd}(\theta_0, C_r, n_c) := \frac{1}{J_b\cdot\omega_0^{\,2}\cdot\theta_0}\cdot\sum_{j=0}^{n_c-1}\left[\Delta E_{cd}(\theta_0, j)\cdot\left(\theta_{cd}(\theta_0, C_r, j) \le \theta_2\right)\right] \qquad \Delta\theta_{acd}(\theta_0, C_r, n_c) = -0.65\,deg$$

$$\Delta\theta_{acd}(\theta_0, C_r, nc) = -0.7\,deg$$

Calcul approximatif de la perturbation de marche due au glissement entre la fin des percussions et la fin du dégagement

Linéarisation des rapports de transmission $\quad \theta_1 = -24\,deg \quad \theta_2 = -13.5\,deg$

$$\psi'_d := \frac{\varepsilon}{\theta_2 - \theta_1} \qquad \psi'_d = 0.238$$

$$K'_d := K'_{de}(0) \qquad X'_d := \frac{K'_{de}(\varepsilon) - K'_{de}(0)}{\varepsilon} \qquad \kappa'_d := \kappa'_{de}(0) \qquad \chi'_d := \frac{\kappa'_{de}(\varepsilon) - \kappa'_{de}(0)}{\varepsilon}$$

$$K'_{ad}(\theta) := K'_d + X'_d\cdot\left[\psi'_d\cdot(\theta - \theta_1)\right] \qquad \kappa'_{ad}(\theta) := \kappa'_d + \chi'_d\cdot\left[\psi'_d\cdot(\theta - \theta_1)\right] \qquad \Lambda_{ad}(\theta) := K'_{ad}(\theta)\cdot\kappa'_{ad}(\theta)$$

$$\varphi_2(\theta_0) := \pi + \arccos\left(-\theta_2\cdot\theta_0^{-1}\right) \qquad \varphi_2(\theta_0) = 267.134\,deg$$

$$\varphi_{agd}(\theta_0, C_r, nc) := \begin{cases} \pi + \arccos\left(-\theta_{cd}(\theta_0, C_r, nc)\cdot\theta_0^{-1}\right) & \text{if } \theta_{cd}(\theta_0, C_r, nc) < \theta_{fde} \\ \varphi_2(\theta_0) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\theta_{cd}(\theta_0, C_r, nc) < \theta_{fde} = 0 \qquad \varphi_{agd}(\theta_0, C_r, nc) = 267.134\,deg$$

$$\Delta\theta_{agd}(\theta_0, C_r, nc) := \frac{-C_r}{J_b \cdot \omega_0^2} \cdot \int_{\varphi_{agd}(\theta_0, C_r, nc)}^{\varphi_2(\theta_0)} \Lambda_{ad}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \sin(\varphi)\, d\varphi \qquad \Delta\theta_{agd}(\theta_0, C_r, nc) = 0\,deg$$

Perturbation d'amplitude au dégagement (percussions puis glissement éventuel)

$$\Delta\theta_{ade}(\theta_0, C_r, nc) := \Delta\theta_{acd}(\theta_0, C_r, nc) + \Delta\theta_{agd}(\theta_0, C_r, nc) \qquad \boxed{\Delta\theta_{ade}(\theta_0, C_r, nc) = -0.7\,deg}$$

Perturbation d'amplitude au dégagement en supposant une transmission sans percussions

$$\varphi_1(\theta_0) := \pi + \arccos\left(-\theta_1 \cdot \theta_0^{-1}\right) \qquad \varphi_1(\theta_0) = 264.9\,deg$$

$$\Delta\theta_{gde}(\theta_0, C_r) := \frac{-C_r}{J_b \cdot \omega_0^2} \cdot \int_{\varphi_1(\theta_0)}^{\varphi_2(\theta_0)} \Lambda_{de}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \sin(\varphi)\, d\varphi \qquad \Delta\theta_{gde}(\theta_0, C_r) = -0.556\,deg$$

Approximation par linéarisation des rapports de transmission $\qquad \theta_1 = -24\,deg \qquad \theta_2 = -13.498\,deg$

$$\psi'_d := \frac{\varepsilon}{\theta_2 - \theta_1} \qquad \psi'_d = 0.238$$

$$K'_d := K'_{de}(0) \qquad X'_d := \frac{K'_{de}(\varepsilon) - K'_{de}(0)}{\varepsilon} \qquad \kappa'_d := \kappa'_{de}(0) \qquad \chi'_d := \frac{\kappa'_{de}(\varepsilon) - \kappa'_{de}(0)}{\varepsilon}$$

$$K'_{ad}(\theta) := K'_d + X'_d \cdot \left[\psi'_d \cdot (\theta - \theta_1)\right] \qquad \kappa'_{ad}(\theta) := \kappa'_d + \chi'_d \cdot \left[\psi'_d \cdot (\theta - \theta_1)\right]$$

$$\Lambda_{ad}(\theta) := K'_{ad}(\theta) \cdot \kappa'_{ad}(\theta)$$

$$\Delta\theta_{gde}(\theta_0, C_r) := \frac{-C_r}{J_b \cdot \omega_0^2} \cdot \int_{\varphi_1(\theta_0)}^{\varphi_2(\theta_0)} \Lambda_{ad}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \sin(\varphi)\, d\varphi \qquad \Delta\theta_{gde}(\theta_0, C_r) = -0.55\,deg$$

$$\lambda_2 := X'_d \cdot \psi'^2_d \cdot \chi'_d \qquad \lambda_1 := \left[(\kappa'_d - \chi'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1) \cdot X'_d + \chi'_d \cdot (K'_d - X'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1)\right] \cdot \psi'_d$$

$$\lambda_0 := (\kappa'_d - \chi'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1) \cdot (K'_d - X'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1) \qquad \lambda_0 = -0.083 \qquad \lambda_1 = -0.099 \qquad \lambda_2 = -0.03$$

$$\Delta\theta_{gde}(\theta_0, c_r) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_0} \cdot \left[\lambda_0 \cdot (\theta_2 - \theta_1) + \frac{\lambda_1}{2} \cdot \left(\theta_2^2 - \theta_1^2\right) + \frac{\lambda_2}{3} \cdot \left(\theta_2^3 - \theta_1^3\right)\right]$$

$$\Delta\theta_{gde}(\theta_0, C_r) = -0.55\,deg$$

Perturbation d'amplitude par la théorie élémentaire (sans frottements)

Rapport des couples pendant le dégagement: $\quad \Lambda_{d\_el} := \frac{-\rho_3}{\rho_2} \cdot \tan(\alpha_0) \cdot \tan(\beta_e) \qquad \Lambda_{d\_el} = -0.033$

Angles du balancier: $\quad \theta_1 = -24\,deg \qquad \theta_2 = -13.498\,deg$

$$\Delta\theta_{d\_el}(\theta_0, C_r) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_0} \cdot \Lambda_{d\_el} \cdot (\theta_2 - \theta_1) \qquad \Delta\theta_{d\_el}(\theta_0, C_r) = -0.34\,deg$$

Comparaisons

Pour $\theta_0 = 270\,deg$ $\quad \Delta\theta_{cd}(n_c) = -0.568\,deg$ $\quad \Delta\theta_{t\_de} = -0.725\,deg$

$\theta 0_0 := 270 \cdot deg \quad \theta 0_1 := 180 \cdot deg \quad \theta 0_2 := 90 \cdot deg$

$$\theta 0 = \begin{pmatrix} 270 \\ 180 \\ 90 \end{pmatrix} deg$$

Percussions puis glissement éventuel (coefficient de transmissions linéarisés)

$$\overrightarrow{\Delta\theta_{acd}(\theta 0, C_r, nc)} = \begin{pmatrix} -0.7 \\ -0.488 \\ -0.236 \end{pmatrix} deg \qquad \overrightarrow{\Delta\theta_{agd}(\theta 0, C_r, nc)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.469 \\ -1.487 \end{pmatrix} deg \qquad \overrightarrow{\Delta\theta_{ade}(\theta 0, C_r, nc)} = \begin{pmatrix} -0.7 \\ -0.957 \\ -1.723 \end{pmatrix} deg$$

Transmission quasi-statique (glissement)

$\Delta\theta_{gde}(270 \cdot deg, C_r) = -0.55\,deg \qquad \Delta\theta_{gde}(180 \cdot deg, C_r) = -0.826\,deg \qquad \Delta\theta_{gde}(90 \cdot deg, C_r) = -1.651\,deg$

Théorie élémentaire

$\Delta\theta_{d\_el}(270 \cdot deg, C_r) = -0.34\,deg \qquad \Delta\theta_{d\_el}(180 \cdot deg, C_r) = -0.51\,deg \qquad \Delta\theta_{d\_el}(90 \cdot deg, C_r) = -1.019\,deg$

Nombre de chocs cheville - entrée de fourchette pendant le dégagement

$j := 0 .. nc \qquad l := 0 .. 10 \qquad \boldsymbol{\Theta_0}_l := 250 \cdot deg + l \cdot 10 \cdot deg \qquad V_{j,l} := \theta_{cd}(\boldsymbol{\Theta_0}_l, C_r, j)$

$$N_c(v, \theta_{fde}) := \left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{while } \; v_j \le \theta_{fde} \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{break } \; \text{if } \; j > nc - 1 \\ j \leftarrow j + 1 \end{array} \right. \\ j \end{array} \right.$$

$\boldsymbol{N}_l := N_c\left(V^{\langle l \rangle}, \theta_{fde}\right)$

$\boldsymbol{\Theta_0}^T = (250 \;\; 260 \;\; 270 \;\; 280 \;\; 290 \;\; 300 \;\; 310 \;\; 320 \;\; 330 \;\; 340 \;\; 350)\,deg$

$\boldsymbol{N}^T = (50 \;\; 50 \;\; 7 \;\; 5 \;\; 4 \;\; 4 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 2)$

Graphes

$n := 10 \qquad \Delta\theta := \dfrac{280 \cdot deg - 180 \cdot deg}{n} \qquad i := 0 .. n \qquad \theta 0_i := 180 \cdot deg + i \cdot \Delta\theta$